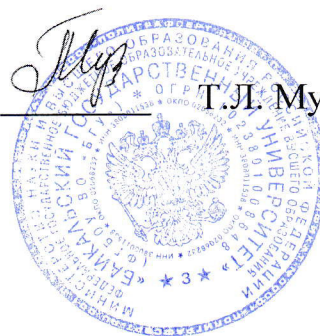


Министерство науки и высшего образования  
Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение  
высшего образования  
**«БАЙКАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ФГБОУ ВО «БГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**  
И.о. ректора ФГБОУ ВО «БГУ»



Т.Л. Музычук

**УТВЕРЖДЕНА**  
Ученым советом БГУ  
30.09.2019 г., протокол №2

## Программа вступительного испытания по общеобразовательной дисциплине «Математика»

Программа подготовлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 17 мая 2012 года №413 (с изменениями и дополнениями от 29 июня 2017 г.)

## **ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ**

Делимость целых чисел. Деление с остатком. *Сравнения*<sup>1</sup>. Решение задач с целочисленными неизвестными.

Комплексные числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Действительная и мнимая часть, модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексных чисел. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Комплексно сопряженные числа. *Возведение в натуральную степень (формула Муавра)*. *Основная теорема алгебры*.

Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. *Схема Горнера*. Теорема Безу. Число корней многочлена. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Бином Ньютона. *Многочлены от нескольких переменных, симметрические многочлены*.

Корень степени  $n > 1$  и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число  $e$ .

Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования.

## **ТРИГОНОМЕТРИЯ**

Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла. *Формулы половинного угла*. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. *Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента*. Преобразования тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. *Простейшие тригонометрические неравенства*.

Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

## **ФУНКЦИИ**

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). *Выпуклость*

---

<sup>1</sup> Курсивом в тексте выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников.

*функции.* Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график. *Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.*

Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. *Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.*

Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

Логарифмическая функция, ее свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой  $y = x$ , *растяжение и сжатие вдоль осей координат.*

## **НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. *Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.*

Понятие о непрерывности функции. *Основные теоремы о непрерывных функциях.*

*Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.*

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. *Производные сложной и обратной функций.* Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

## **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений *и неравенств.*

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.

Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

## **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

Табличное и графическое представление данных. *Числовые характеристики рядов данных.*

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. *Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.*

## **ГЕОМЕТРИЯ**

### **Геометрия на плоскости**

Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей. Теорема о сумме квадратов сторон и диагоналей параллелограмма

Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.

Геометрические места точек.

Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

*Теорема Чебы и теорема Менелая.*

*Эллипс, гипербола, парабола как геометрические места точек.*

*Неразрешимость классических задач на построение.*

**Прямые и плоскости в пространстве.** Основные понятия стереометрии

(точка, прямая, плоскость, пространство). *Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.*

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.

Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.

Параллельное проектирование. Ортогональное проектирование. *Площадь ортогональной проекции многоугольника. Изображение пространственных фигур. Центральное проектирование.*

**Многогранники.** Вершины, ребра, грани многогранника. *Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.*

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде.

*Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).*

Сечения многогранников. Построение сечений.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

**Тела и поверхности вращения.** Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. *Осевые сечения и сечения параллельные основанию.*

Шар и сфера, их сечения. *Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.*

*Цилиндрические и конические поверхности.*

**Объемы тел и площади их поверхностей.** *Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.*

Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

**Координаты и векторы.** Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. *Формула расстояния от точки до плоскости.*

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора.

Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

## **ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ПОДГОТОВКИ ВЫПУСКНИКОВ**

*В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен*

**знать/понимать<sup>2</sup>**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;

## **ЧИСЛОВЫЕ И БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ**

**уметь**

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

---

<sup>2</sup> Помимо указанных в данном разделе знаний, в требования к уровню подготовки включаются также знания, необходимые для освоения перечисленных ниже умений.

- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

## **ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ**

**уметь**

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

## **НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**

**уметь**

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

- вычислять площадь криволинейной трапеции;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического анализа;

## **УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА**

**уметь**

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- построения и исследования простейших математических моделей;

## **ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

**уметь**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера;

## **ГЕОМЕТРИЯ**

**уметь**



- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- исследования (моделирования) несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур;
- вычисления длин, площадей и объемов реальных объектов при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

### **Шкала оценивания**

Тест по математике состоит из 19 заданий. Задания 1 оценивается в 2 балла, с 2 по 12 оцениваются по 5 баллов, с 13 по 16 – по 6 баллов, с 17 по 19 – по 8 баллов. Всего за тест можно набрать максимум 100 баллов. Каждое задание предусматривает, как правило, решение задачи.

На выполнение теста отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

### **Демонстрационный вариант\*** **Тест по математике**

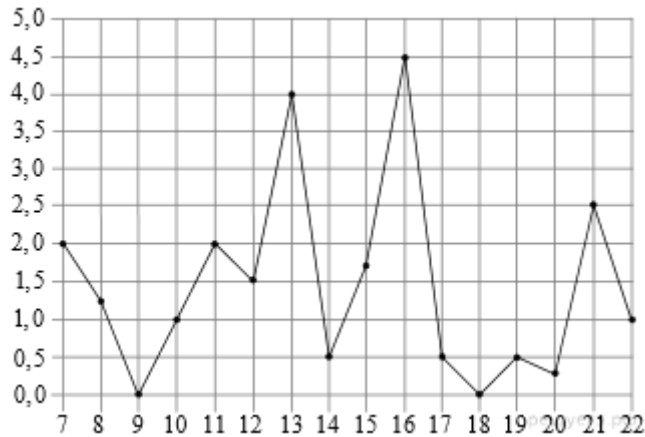
#### **Задание 1 №**

Поезд Казань-Москва отправляется в 21:35, а прибывает в 10:35 на следующий день (время московское). Сколько часов поезд находится в пути?

Ответ:

## Задание 2 №

На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Мурманске с 7 по 22 ноября 1995 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало менее 3 миллиметров осадков.

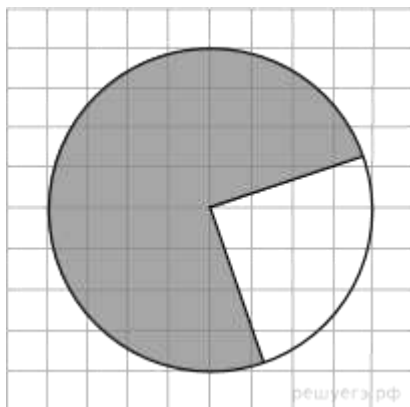


Ответ:

---

## Задание 3

На клетчатой бумаге с размером клетки  $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ см} \times \frac{1}{\sqrt{\pi}} \text{ см}$  изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ:

#### Задание 4

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

Ответ:

---

#### Задание 5

Решите уравнение  $\sqrt{6+5x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

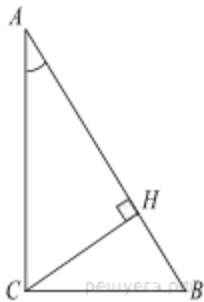
Ответ:

---

#### Задание 6

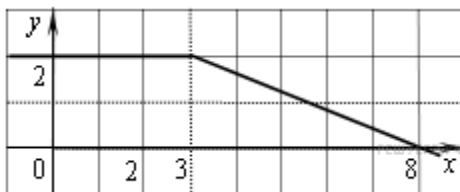
В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AB = 13$ ,  $\left| \operatorname{tg} A = \frac{1}{5} \right|$ . Найдите высоту  $CH$ .

Ответ:



#### Задание 7 №

На рисунке изображён график некоторой функции  $y = f(x)$  (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите  $F(8) - F(2)$ , где  $F(x)$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ .

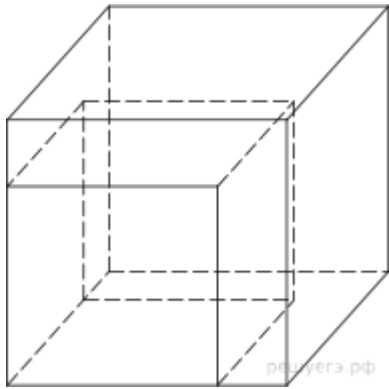


Ответ:

---

### Задание 8

Если каждое ребро куба увеличить на 1, то его площадь поверхности увеличится на 54. Найдите ребро куба.



Ответ:

---

### Задание 9

Найдите значение выражения  $(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$ .

Ответ:

---

### Задание 10

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле  $h = 5t^2$ , где  $h$  – расстояние в метрах,  $t$  – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ выразите в метрах.

Ответ:

---

### Задание 11

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

Ответ:

---

### Задание 12

Найдите наибольшее значение функции  $y = 12 \cos x + 6\sqrt{3}x - 2\sqrt{3}\pi + 6$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ:

---

### Задание 13

а) Решите уравнение  $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

---

### Задание 14

Все рёбра правильной треугольной пирамиды  $SBCD$  с вершиной  $S$  равны 9.

Основание  $O$  высоты  $SO$  этой пирамиды является серединой отрезка  $SS_1$ ,  $M$  — середина ребра  $SB$ , точка  $L$  лежит на ребре  $CD$  так, что  $CL : LD = 7 : 2$ .

а) Докажите, что сечение пирамиды  $SBCD$  плоскостью  $S_1LM$  — равнобедренная трапеция.

б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

---

### Задание 15

Решите неравенство

$$25^x + 5^{x+1} + 5^{1-x} + \frac{1}{25^x} \leq 12.$$

---

## Задание 16

Окружность, вписанная в трапецию  $ABCD$ , касается ее боковых сторон  $AB$  и  $CD$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Известно, что  $AM = 8MB$  и  $DN = 2CN$ .

а) Докажите, что  $AD = 4BC$ .

б) Найдите длину отрезка  $MN$ , если радиус окружности равен  $\sqrt{6}$ .

---

## Задание 17

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите  $r$ .

---

## Задание 18

Найти все значения параметра  $a$  при каждом из которых среди значений функции

$$y = \frac{x^2 - 2x + a}{6 + x^2}$$

есть ровно одно целое число.

---

## Задание 19

В школах № 1 и № 2 учащиеся писали тест. Из каждой школы тест писали по крайней мере два учащихся, а суммарно тест писал 51 учащийся. Каждый учащийся, писавший тест, набрал натуральное количество баллов. Оказалось, что в каждой школе средний балл был целым числом. После этого один из учащихся, писавших тест, перешел из школы № 1 в школу № 2, а средние баллы за тест были пересчитаны в обеих школах.

а) Мог ли средний балл в школе № 1 вырасти в два раза?

б) Средний балл в школе № 1 вырос на 10%, средний балл в школе № 2 также вырос на 10%. Мог ли первоначальный балл в школе № 2 равняться 1?

в) Средний балл в школе № 1 вырос на 10%, средний балл в школе № 2 также вырос на 10%. Найдите наименьшее значение первоначального среднего балла в школе № 2.

\* Использован банк заданий «Решу ЕГЭ»